

---

## CONTRASTANDO LO FUNDAMENTAL. FORMAS DE INTERVENCIÓN EN EL AULA

**José Danilo Agudelo Pinzón**

[Jdagudelo801@hotmail.com](mailto:Jdagudelo801@hotmail.com)

**Normal Superior María Auxiliadora. COLOMBIA**

---

### RESUMEN

*Con el auge de las tecnologías de la información han surgido nuevas herramientas para el trabajo tanto en geometría como en su enseñanza que es importante conocer y utilizar para poner a tono nuestros métodos pedagógicos con las nuevas posibilidades de aproximación cognitiva que la sociedad nos brinda. En particular los programas de geometría dinámica han revolucionado la manera de hacer matemáticas y la forma de enseñarlas, proporcionando contextos de aprendizaje con nuevas y potentes posibilidades de representación.*

### INTRODUCCIÓN

Es importante anotar que este tipo de programas tienen como principio base el estudio de los componentes fundamentales de las figuras geométricas, las relaciones entre estos y las propiedades que presentan. A partir de la construcción de figuras geométricas se les permite a los estudiantes la exploración y manipulación directa y dinámica que conducen a la elaboración de conjeturas. Esta experiencia les sirve para desarrollar habilidades mentales que les posibilitarán acceder posteriormente al estudio formal de la geometría.

De esta forma como docentes nuestro problema es: ¿de que manera aprovechar las posibilidades que un software de geometría dinámica, como cabri geometre nos brinda para alcanzar nuestros propósitos de enseñanza y como debemos organizar nuestros procesos de intervención para lograr que nuestros estudiantes participen activamente de la construcción del conocimiento y que pueda usarlo en otros contextos?

Este artículo es parte de una propuesta de enseñanza aprendizaje explorada en el aula de clases con estudiantes de noveno grado entre los 14 y 16 años, ligada a una visión del aprendizaje de las matemáticas en el que la exploración, la creación, la formulación de conjeturas, la validación, la sistematización la comunicación y la argumentación

juegan un papel importante y en el que las nuevas tecnologías se convierten en un laboratorio de experimentación, resultado de la experiencia en el proceso de incorporación de las nuevas tecnologías al currículo de la matemática.

La experiencia se llevo a cabo durante un periodo de 16 horas. Aquí abordamos posibilidades de construcción de un cuadrado geométrico, aprovechando las diferentes opciones exploradas por los estudiantes, como una forma de visualización del entorno de aprendizaje, y proponiendo algunas estrategias de organización y profundización que nos permitieran abordar otros campos de la matemática a partir del concepto y la construcción del cuadrado como objeto geométrico.

## MARCO TEÓRICO

La historia de la geometría nos muestra de que manera ha sucedido su evolución en una dinámica soportada por la interacción entre procesos de visualización, (ligados al pensamiento espacial), procesos de justificación, (ligados al pensamiento deductivo), y aplicaciones instrumentales que se llevan a cabo con el objeto de resolver problemas de la vida cotidiana, las ciencias o las mismas matemáticas, modelar el mundo para interpretarlo ampliar los horizontes conceptuales con teorías construidas axiomáticamente e interrelacionar campos diversos de conocimiento buscando en ellos una estructura común, entre otras cosas.

Para tener acceso a este vasto campo de desarrollo humano es necesario aprender geometría. Surgen entonces interrogantes como los siguientes:

¿Por qué vías es posible lograr experiencia geométrica?, ¿cómo se llega a la conceptualización de nociones geométricas?, ¿cómo se adquiere comprensión y habilidad para usar procedimientos geométricos?, ¿qué implica razonar en Geometría?

La investigación en este campo (de Villiers (1.999), Moreno (2.002), Dubal (1.998), Herscovitz y Vinner (1987)) han llevado a reconocer que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos polos del desarrollo cognitivo.

Los procesos cognitivos de visualización y los procesos de justificación de carácter informal o formal.

Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas y los procesos de generalización y abstracción propios del conocimiento matemático que da lugar a la descontextualización de dichos objetos.

Los dominios empíricos de la geometría y los dominios teóricos.

Según como se desarrollen estas tensiones se accederá, o no, al conocimiento geométrico genuino y útil no sólo por su potencial en la resolución de problemas de las ciencias naturales, de las técnicas o la vida cotidiana sino como plataforma de lanzamiento hacia el desarrollo teórico del ámbito matemático cuyas fronteras del conocimiento son infinitas.

Focalizar la atención en el aprendizaje conduce a estudiar las formas mediante las cuáles los estudiantes se expresan matemáticamente, y los mecanismos mediante los cuales podemos afirmar que lo están haciendo. Por tal razón, centramos nuestro análisis acerca del aprendizaje en geometría en tres aspectos que posiblemente recogen las tensiones antes expuestas:

Los procesos de visualización y su potencial heurístico en la resolución de problemas.

Los procesos de justificación propios de la actividad geométrica.

El papel que juegan las construcciones geométricas en el desarrollo del conocimiento geométrico.

Es importante ilustrar que los procesos de visualización requieren, para su desarrollo, superar dificultades asociadas a las condiciones fisiológicas propias de la percepción visual. Es importante destacar que el desarrollo de los procesos de justificación ha de superar dificultades inherentes a la aparente falta de sentido de una organización deductiva del discurso. Estas dos clases de dificultades provienen precisamente de la articulación entre percepción y deducción, que se concreta en la diferenciación entre figura geométrica y dibujo. La forma más antigua de intento de superación de este conflicto es la construcción geométrica, que permite asegurar las características geométricas del dibujo.

Con medios geométricos dinámicos como cabri geometre, se destacan entre otras algunas características que nos permiten abordar de una mejor manera el aprendizaje de la geometría: La capacidad de arrastre (dragging) de las figuras construidas que favorece la búsqueda de rasgos que permanecen vivos durante la deformación. La diferencia fundamental entre un entorno de papel y lápiz y un entorno de geometría dinámica es precisamente el dinamismo. Como las construcciones son dinámicas, las figuras en la pantalla adquieren una temporalidad: ya no son estáticas, si no móviles, por lo tanto sus propiedades deberán estar presentes en todas las posibles posiciones que tomen en la pantalla.

Con esta opción es posible reconocer los invariantes de una construcción, según si el arrastre conserva las propiedades matemáticas de dicha construcción o no. Como es nuestro caso el de la construcción del cuadrado como objeto geométrico.

Al estrechar los lazos entre la visualización y la justificación, los programas de geometría dinámica contribuyen a crear un puente entre el dibujo (producido utilizando únicamente ajustes perspectivos) y el objeto geométrico que dicho dibujo representa (producido con base en relaciones geométricas). La dificultad para hacer esta distinción ha sido explorada como una de las fuentes de inhibición del desarrollo del pensamiento geométrico.

El papel que juegan las construcciones geométricas realizadas en el entorno de la geometría dinámica es fundamental, pues se convierten en los objetos de “experimentación” sobre la teoría, sin utilizar de manera directa el discurso, contribuyendo a superar uno de los obstáculos principales del aprendizaje de la geometría, como es la superación de las tensiones entre los procesos de visualización y su potencial heurístico en la resolución de problemas y los procesos de justificación y su potencial pedagógico para dar sentido a la organización deductiva del conocimiento matemático.

Para aprovechar ese potencial, no basta con proponer a los estudiantes una construcción. Es necesario que la tarea de construcción sea un problema en cuya solución pongan en juegos sus conocimientos previos, y las posibilidades del software.

Producir un dibujo en cabri geometre que preserve propiedades espaciales durante el arrastre, requiere del uso de propiedades geométricas para su construcción, y descalifica

los procesos de ensayo y error controlados únicamente de manera perceptiva. Un proceso de construcción en cabri geometre “a ojo” deja de satisfacer las condiciones cuando se mueve uno de los objetos de la base. La tarea requiere el uso de relaciones geométricas y no sólo una percepción visual de estas, como en el entrono de papel y lápiz.

Es importante destacar que los problemas que le planteemos al estudiante debe generarle un conflicto cognitivo independiente de la herramienta que use como mediadora, destacando que el aporte principal de este punto de vista es el de poner en primer plano el papel que tiene el conflicto cognitivo para la construcción del conocimiento. En el plano de la educación escolar, la demostración de la efectividad de las confrontaciones entre los estudiantes abre perspectivas de gran interés didáctico.

Para que el conflicto cognitivo sea eficaz y de lugar a progresos individuales sólo puede ser fuente de progreso a partir del momento en el cual se dispone de capacidades mínimas, unas de orden cognitivo, necesarias para tomar conciencia de las diferentes respuestas y para establecer la naturaleza de la contradicción; y otras de orden socio cognitivo que le permitan insertarse en una interacción sociocognitiva. Debe enfatizarse que nuestro interés reside en la construcción del conocimiento matemático en la escuela. Esto es importante porque implica considerar las características particulares de esta forma de re-construcción.

Frente a la calculadora estamos ante dos posibilidades:

Entenderla como herramienta de amplificación.

Entenderla como herramienta de reorganización cognitiva.

La reorganización no puede separarse de la amplificación. Son las dos caras de una moneda. La reflexión en torno a los procesos de amplificación y reorganización también puede darse desde la perspectiva de la transición de herramienta a instrumento matemático que sufren las calculadoras y computadoras (Rabardel,1995).

## **DISEÑO DE LA EXPERIENCIA**

A través de las diferentes sesiones, tratamos de seguir el proceso de intervención que se ha validado para trabajar geometría tomando como eje la construcción del cuadrado, mediado por tecnologías informáticas, en este caso el software de geometría

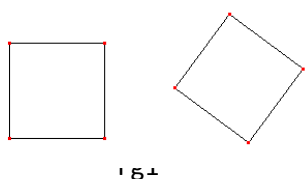
dinámica cabri geometre en el grado noveno de la educación básica.,. Durante el desarrollo de las sesiones se trabaja en parejas y cada elemento importante para ellos era escrito en su portafolio de trabajo, con el propósito de monitorear el proceso y en el momento dado compartir con los compañeros sus observaciones con respecto al desarrollo del problema propuesto.

**Un punto de partida:** El conocimiento de los estudiantes, sus saberes previos.

**P1.** De acuerdo a su experiencia ¿cuál debe ser el conocimiento que deben tener los estudiantes después de nueve años de escolaridad (incluyendo el grado cero)?

**P2.** ¿cómo diagnosticaría usted el nivel de conocimiento alcanzado por los estudiantes después de nueve años de escolaridad?

**Comentarios:** más de 120 estudiantes encuestados a quienes se les aplicaron dos



pruebas, una relativa a identificar los elementos fundamentales del cuadrado, en diferentes posiciones y la otra relativa a paralelas y perpendiculares, con dos preguntas, una sobre el significado que tienen los estudiantes sobre los

conceptos de recta paralela y recta perpendicular y la otra el reconocimiento de rectas paralelas y perpendiculares en una figura geométrica formada por diversas rectas, paralelas y perpendiculares.

Se encontró que el conocimiento sobre el cuadrado es muy pobre, sólo se habla del dibujo a papel y lápiz no hay una relación directa sobre las propiedades entre los elementos que forman la figura, reconocen el cuadrado sólo en su posición normal prototípica:

Determinan que la figura 1 es un cuadrado, pero si se gira algunos señalan que es un rombo, o un cuadrado de punta y la mayoría no aceptan que es un cuadrado, a pesar de ser la figura con mayor reconocimiento de los cuadriláteros.

En el caso de las rectas paralelas y perpendiculares, ellos asocian en general, perpendicularidad con líneas verticales, y paralelismo con líneas horizontales, y no ven estas ideas conectadas a relaciones entre líneas rectas.

De otra parte no poseen un sistema de notación para identificar figuras geométricas y hablar, o, escribir de ellas, o de los procedimientos realizados.

**P3.** ¿Qué conocimiento y manejo tienen los estudiantes, después de nueve años de escolaridad, de los diversos recursos computacionales, en particular del software de geometría dinámica?

**Comentario:** La respuesta depende mucho del centro educativo del que proviene, los estudiantes de la normal los han usados en algunas prácticas estos recursos. En el caso de estudiantes provenientes de otras instituciones es prácticamente nulo.

El panorama parece desalentador, pero es aquí donde tenemos una oportunidad para poner a prueba las posibilidades de un software como cabri geometre.

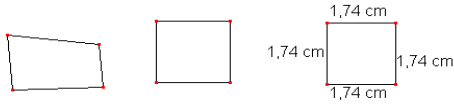
**P4.** ¿Qué elementos se consideran importantes, que deba poseer el estudiante para abordar el trabajo de la construcción del cuadrado, con la mediación de un software de geometría dinámica?

**Comentarios:** Es clave tener claro este aspecto, por que de acuerdo a ello estructuramos nuestro trabajo dentro del desarrollo de la clase para orientar el aprendizaje. Los aspectos que se consideran claves:

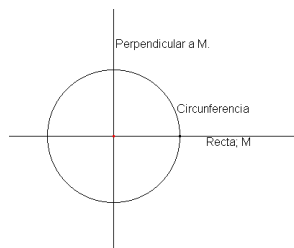
- Reconocimiento del cuadrado como un cuadrilátero, de rectas paralelas y perpendiculares.
- Identificación del cuadrado en cualquier contexto de su realidad, y la forma de obtenerlo a partir de algunas figuras dadas como por ejemplo el tangram.
- La familiaridad con el software, que le permita alcanzar una cierta fluidez instrumental y le permita explorar menús y opciones con cabri.
- Reconocimiento del lenguaje geométrico, procesos de construcción y su comunicación escrita. Construcción de rectas paralelas, rectas perpendiculares, dada una recta cualquiera o un punto.

## ESTRATEGIAS USADAS POR LOS ESTUDIANTES

La mayoría de los estudiantes optaron por el trabajo más simple, “a ojo”, hacer uso del recurso de medición únicamente, partiendo de un polígono y cuadrar cada uno de sus lados por la posibilidad del arrastre, es decir un trabajo muy similar al realizado por lápiz y papel, olvidando las relaciones y propiedades entre los componentes de dicho cuadrado.

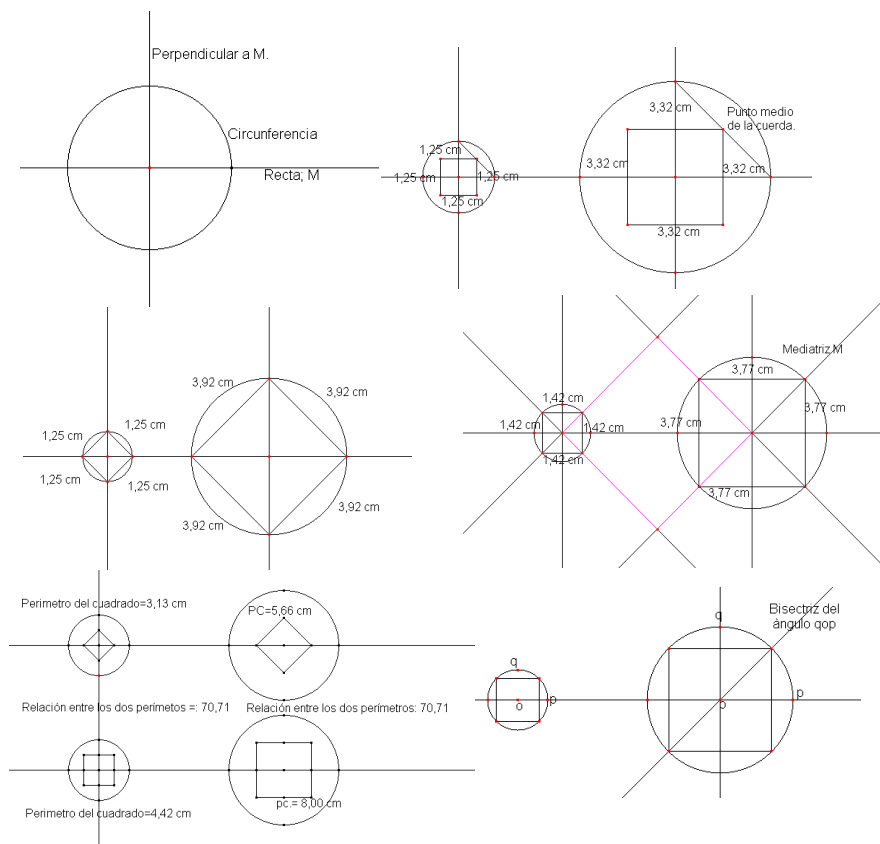


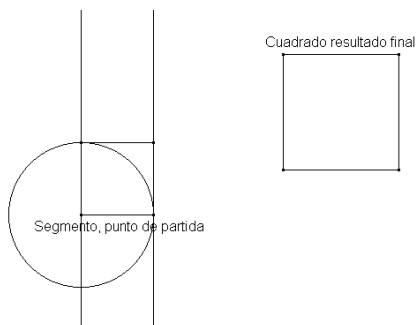
En este momento es donde los profesores, debemos apropiarnos de nuestro papel de orientadores y llevar al estudiante hacia una cultura de la reflexión, a través de elementos que le permitan orientar su trabajo hacia la consecución del objetivo final, y se de cuenta que las posibilidades crecen en este campo,



¿Es posible usar rectas, perpendiculares y circunferencias, en la construcción del cuadrado?

Podemos ver algunas estrategias:





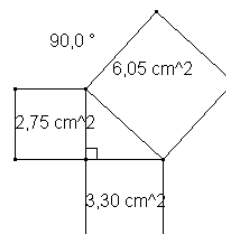
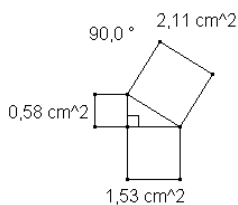
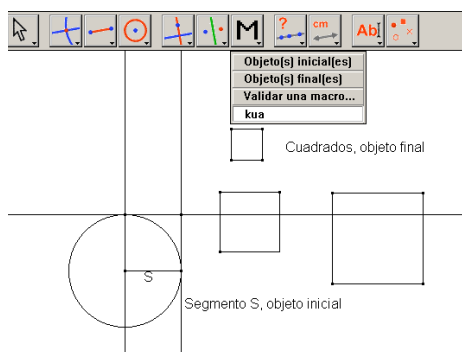
¿Será posible la construcción del cuadrado a partir de un segmento, que nos permita modificar su tamaño, al modificar su radio; con la ayuda de rectas paralelas, rectas perpendiculares, y la circunferencia?

## PROFUNDIZANDO EN EL ESTUDIO DE CADA UNA DE LAS CONSTRUCCIONES OBTENIDAS

Se les propone examinar las relaciones entre los perímetros; y las áreas de cada una de las construcciones, teniendo en cuenta el círculo inicial de la construcción y el cuadrado final obtenido. ¿Qué se encuentra?

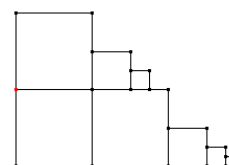
## VALOREMOS LO ENCONTRADO

¿Es posible generar una estrategia que me permita construir cuadrados a partir de un segmento?



¿Será posible llevar el cuadrado al campo de las fracciones?

Un tema muy interesante y llamativo para los estudiantes, y además con un gran valor pedagógico, pero difícil de trabajar con regla y compás, es el de lugares geométricos. La geometría

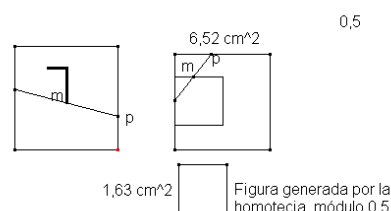


dinámica abre nuevas posibilidades de exploración en este campo.

“Un lugar geométrico es el conjunto de todos los puntos que cumplen una cierta condición”

¿Cuál es el lugar geométrico de todos los puntos, que genera el punto medio de un segmento, que tiene como trayectoria un cuadrado?

Dar una respuesta es un poco complicado; con la ayuda de cabri geometre, podremos realiza algún tipo de conjeturas, que nos acerque a la respuesta, haciendo uso del cuadrado, un punto sobre objeto, el segmento, el punto medio del segmento, pidiéndole a este punto medio que nos deje una huella por donde el va pasando. Veamos el gráfico



A partir de esta orientación, y por el manejo que tienen los estudiantes del software, ocurre algo muy interesante, empiezan ellos mismos a buscar solución al problema del cuadrado, es el momento donde la herramienta se vuelve un socio cognitivo del estudiante permitiéndole conjeturar y verificar si sus conjeturas son fundamentadas, o no, desde lo geométrico, nos encontramos con una serie de posibilidades que sólo se pueden dar con la intervención de una herramienta mediadora como cabri geometre.

## REFERENCIAS

**Moreno L** (2002). *Ideas geométricas del currículo presentadas mediante Cabri Geometre*. MEN 2002. Memorias del seminario nacional de formación de docentes en el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Serie Memorias.

**Castiblanco, Urquina, Camargo & Acosta**, *pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Ministerio de Educación Nacional. Serie documentos. Bogotá 2.004

**Laborde Colette**. *Buscar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la noción de variación con geometría dinámica. Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas*. Memorias del congreso internacional. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá. 2.002.

**Moreno L & Waldegg. G.** (2002) *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. Memorias del seminario Nacional. Formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Ministerio de educación Nacional Serie Memorias.

**Ministerio de Educación Nacional.** (1999) *Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas*.

**Castiblanco, Urquina, Camargo & Acosta,** *pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. El aprendizaje de la Geometría*. Ministerio de Educación Nacional. Serie documentos. Bogotá 2.004

**Castiblanco, Urquina, Camargo & Acosta,** *pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Potencial didáctico de la geometría dinámica en el aprendizaje de la geometría*. Ministerio de Educación Nacional. Serie documentos. Bogotá 2.004

**Castiblanco, Urquina, Camargo & Acosta,** *pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Diferenciación entre dibujo y objeto geométrico, la problematización de las construcciones geométricas* Ministerio de Educación Nacional. Serie documentos. Bogotá 2.004

**Martín E. Acosta** (2002). *Lugares geométricos*. MEN 2002. Memorias del seminario nacional de formación de docentes en el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Serie Memorias.

**Martín E. Acosta** (2002). *Macro construcciones y cajas negras en el programa de geometría*. MEN 2002. Memorias del seminario nacional de formación de docentes en el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Serie Memorias.

**Moreno L** (2002). *Instrumentos matemáticos computacionales*. MEN 2002. Memorias del seminario nacional de formación de docentes en el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Serie Memorias.

**Moreno L** (2002). *La epistemología genética: una interpretación*. MEN 2002. Memorias del seminario nacional de formación de docentes en el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Serie Memorias.

**Moreno L** (2002). *Argumentación y formalización mediadas por cabri Geometre*. MEN 2002. Memorias del congreso internacional, tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas Serie Memorias.