

CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS DE LOS FRACCIONARIOS Y SUS OPERACIONES

Cruz Celina Balcucho Contreras

ccalcucho@gmail.com

Institución Educativa las Américas. COLOMBIA

RESUMEN

La intención de este taller es primordialmente la de proporcionar los principios, criterios y estrategias de enseñanza general básica de los números fraccionarios de una manera constructiva, creativa y dinámica. A través de él se revisará la conceptualización de los elementos involucrados en la definición y operatividad de los mismos y el ¿cómo? estimular el desarrollo de las nociones espaciales y la construcción de conceptos y de relaciones geométricas por parte de ellos. Además se visualizarán estrategias metodológicas, como la ejecutabilidad de las representaciones computacionales a partir del Software CABRI, destinadas al desarrollo de esta temática fundamental.

“Es pensando críticamente la práctica de ayer y la de hoy, que se puede mejorar la próxima práctica”

Paulo Freire (1998)

DESARROLLO DEL TALLER

Teniendo como referencia las palabras del matemático Maurice Frechet expuestas en la conferencia titulada la Desaxiomatización de la Ciencia que textualmente dicen: “ La geometría debería ser despojada de su carácter lógico y formal, de tal modo que se pueda asociar a los conceptos esquemáticos, vacíos de la geometría axiomática, objetos de la realidad accesibles a la experiencia”, podemos entender la importancia de las relaciones entre la cognición y las representaciones geométricas para acceder al mundo de los fraccionarios.

En la geometría podemos encontrar la construcción del número racional, así como su operatividad, dándole validez a la significación de dichos conceptos y llevándola al desarrollo creativo y dinámico de los mismos.

Cuando se es capaz de construir la operación y se puede determinar la naturaleza y efecto del operador, fácilmente se podrá encontrar la rigurosidad o formalización del concepto a partir de los patrones y regularidades encontradas en estos procesos y llevadas a la concreción mental.

Al hablar de geometría dinámica y aprovechando el proyecto de Uso de Tecnologías y herramientas informáticas en la didáctica de las matemáticas, no podemos dejar pasar el buscar la dinamización del manejo de las fracciones y de sus operaciones y tornar este encuentro de la geometría con los dominios conceptuales expuestos durante muchos años de los números fraccionarios, como el punto de referencia para aprovechar la ejecutabilidad de las representaciones computacionales a partir del Software CABRI.

¿Qué características positivas nos brindan las herramientas computacionales y que aprovecharemos para mejorar nuestros procesos de enseñanza- aprendizaje?

Manipular los objetos, volviéndolos concretos. Los números fraccionarios, su función de operador y sus operaciones dejan de ser virtuales: el desarrollo constructivo no se deja a la imaginación del operador, sino sobre la pantalla de la calculadora haciéndose posible su manipulación.

Al modelar las diferentes situaciones entre los fraccionarios, se fortalece la interrelación entre la exploración y la sistematización ya que abre los caminos hacia su cálculo, hacia el adquirir mayor poder expresivo y hacia la flexibilidad entre el concepto y su representación.

Una vez instalados los conceptos y operaciones en las herramientas computacionales, las nuevas representaciones son procesables y manipulables. Esto se evidencia en situaciones como: permitirnos cambiar la unidad de medida, cuando trazamos los segmentos semejantes para poder dividir la unidad escogida en las partes que sugiere la fracción, sin que se altere la misma.

MATERIALES:

Calculadora Graficadora TI-92 o Voyage

Compás.

Escuadras cualquier tamaño

PRIMERA SESIÓN

- Construcción geométrica de fraccionarios. Concepto de Fraccionario Propio e impropio.
- Suma y resta de fraccionarios.

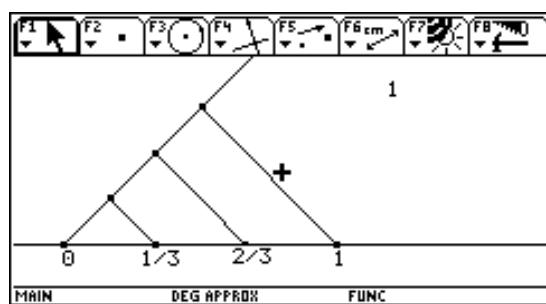
NÚMERO RACIONAL

Definición: Un número es racional si se puede escribir de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$.

Se puede afirmar que un número racional es la división de dos números enteros. Como división el numerador será el **dividendo** y el denominador el **divisor** y el valor de la fracción será el **cociente**.

TEOREMA DE TALES

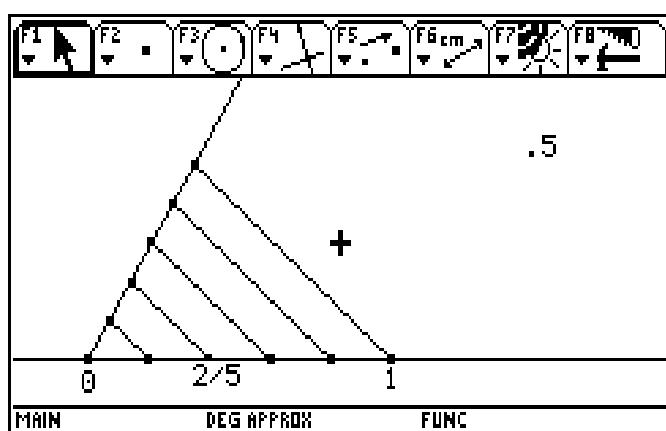
Si varias paralelas son cortadas por dos transversales, determina en ellas segmentos homólogos proporcionales.



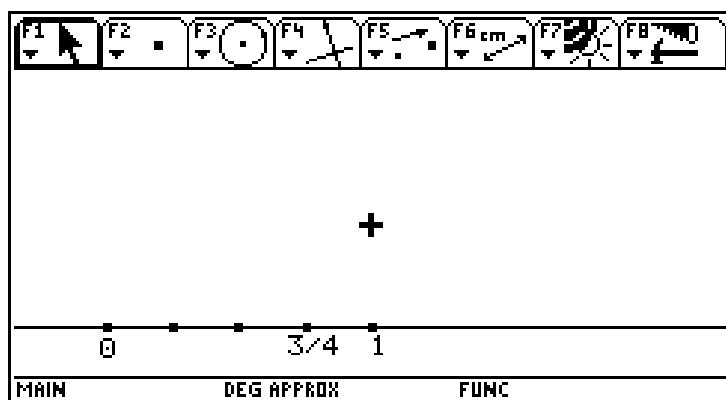
FRACCIONES PROPIAS

Los números fraccionarios menores que 1, es decir aquellos cuyo numerador es menor que el denominador se llaman **fraccionarios propios**. La división no tiene parte entera, ya que el dividendo es menor que la unidad. Ejemplo: $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$

Representación geométrica del fraccionario $\frac{2}{5}$



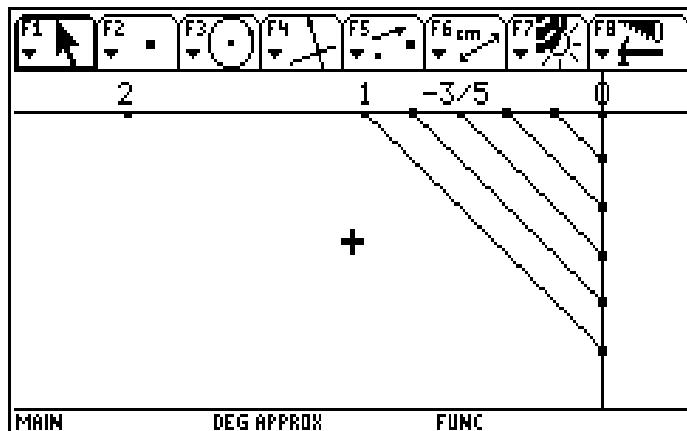
Representación geométrica del fraccionario $\frac{3}{4}$, hallada por puntos medios, ya que el denominador es una potencia de 2.



Podemos observar por lo tanto que $\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

NÚMEROS RACIONALES NEGATIVOS

Los racionales negativos son simétricos con sus respectivos inversos aditivos, con respecto al origen 0, en la recta numérica. Ejemplo: $-\frac{3}{5}$



Ejercicio: Represente geométricamente los fraccionarios $\frac{3}{7}, \frac{8}{11}$ y $-\frac{5}{7}$.

FRACCIONARIOS IMPROPIOS

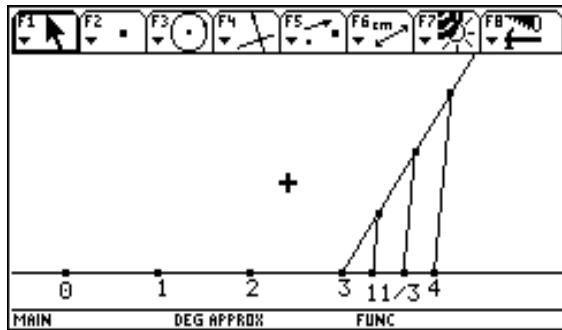
Cuando el numerador del fraccionario es mayor que el denominador, el valor de la fracción siempre será mayor que la unidad. Es decir el dividendo es mayor que el divisor por lo tanto el cociente tendrá parte entera. A estos fraccionarios se les conoce

como **improperios**. Ejemplo: $\frac{11}{3}$

Mixto: Forma que nos permite conocer la cantidad de enteros existentes en un fraccionario impropio. La parte fraccionaria de una expresión mixta es un fraccionario propio. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 11 \mid 3 \\ 2 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

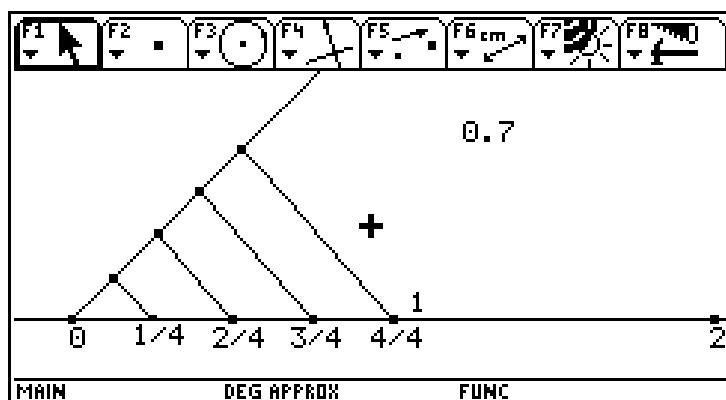
$$\frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3}$$



Ejercicio: Represente geométricamente los fraccionarios $\frac{18}{7}, \frac{6}{5}$ y $-\frac{13}{3}$. En cada caso halle su forma mixta para que se ayude en la representación.

FRACCIÓN UNITARIA

El numerador es igual al denominador. Es decir el dividendo contiene exactamente una vez al divisor, por lo tanto el cociente siempre será 1. Ejemplo: $\frac{4}{4}$



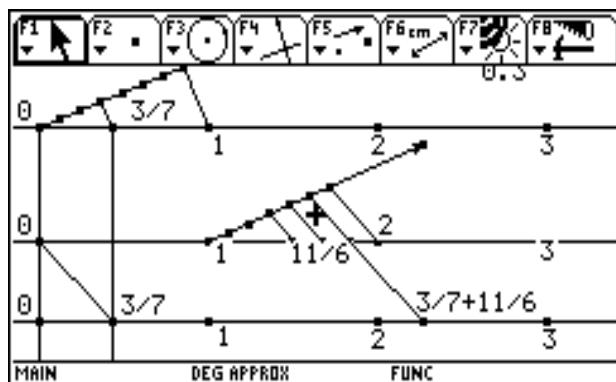
OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

ADICIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son racionales positivos, el resultado de la operación $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ se obtiene geométricamente desplazándolos a la derecha, a partir de $\frac{a}{b}$, una longitud igual a la del

segmento que une a 0 con el punto que corresponde al número $\frac{c}{d}$. Ejemplo:

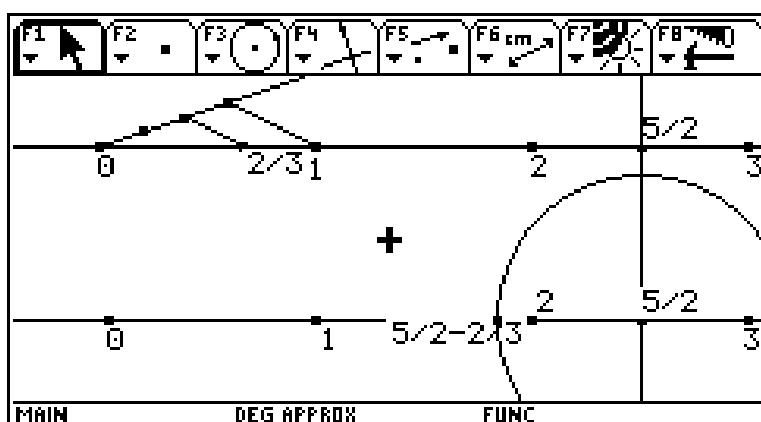
$$\frac{3}{7} + \frac{11}{6} = \frac{95}{42}$$



SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son racionales positivos, el resultado de la operación $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ se obtiene geométricamente desplazándolos a la izquierda, a partir de $\frac{a}{b}$, una longitud igual a la del segmento que une a 0 con el punto que corresponde al número $\frac{c}{d}$. Ejemplo:

$$\frac{5}{2} - \frac{2}{3} = \frac{11}{6}$$



SEGUNDA SESIÓN

Multiplicación Geométrica de fraccionarios. Concepto de elemento operador.

División Geométrica de Números Fraccionarios. Relación Elemento Inverso.

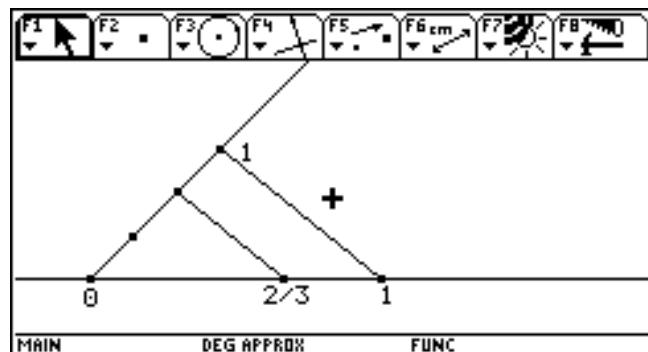
MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

- Operadores

Reductor: Un número fraccionario *propio*, actúa siempre como *reductor* de cualquier otro número cuando se aplica la multiplicación entre ellos.

Ejemplo:

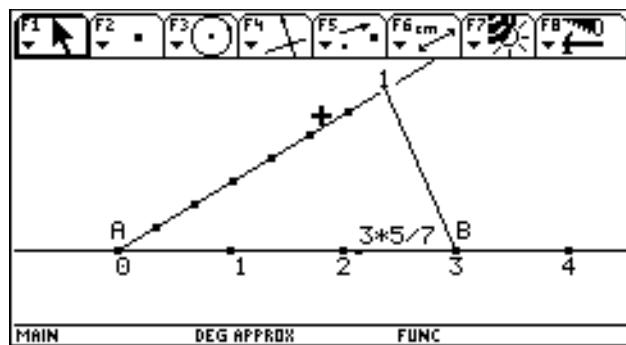
$$\frac{2}{3}$$



a. $3 \times \frac{5}{7}$

$$|AB| = 10 \text{ cms}$$

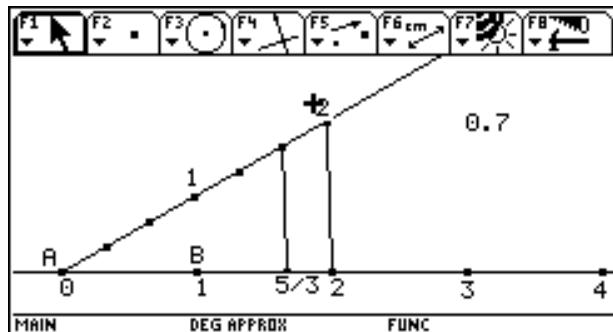
$$|AB| \times \frac{5}{7} = 7,1 \text{ cms}$$



Ampliador: Un número fraccionario *impropio*, actúa siempre como *ampliador* de cualquier otro número si se aplica la multiplicación entre ellos.

Ejemplo:

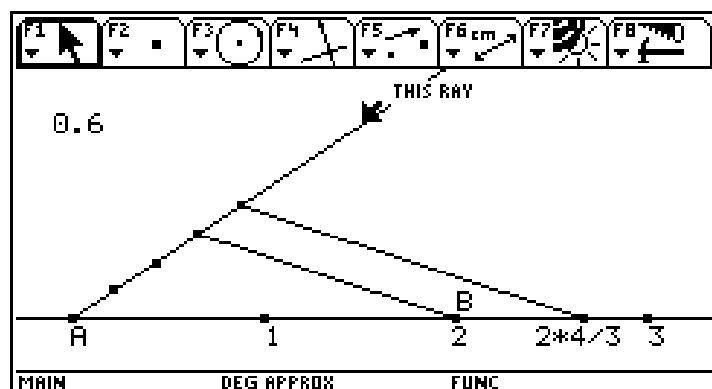
$$\text{a. } 1 \times \frac{5}{3}$$



$$\text{b. } 2 \times \frac{4}{3}$$

$$|AB| = 6\text{ cms}$$

$$|AB| x \frac{4}{3} = 8 \text{ cms.}$$

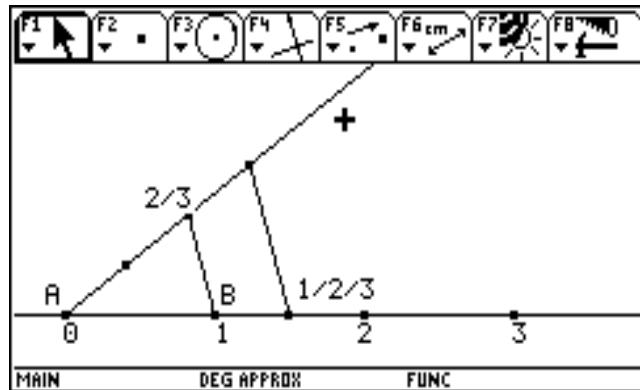


DIVISIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

Para dividir dos números racionales multiplicamos el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

Así: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$, con c y $d \neq 0$ es $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$. Ejemplo:

Hallar el cociente entre 1 y $\frac{2}{3}$



Aplicación trigonométrica de los números racionales. Funciones trigonométricas o relaciones entre catetos e hipotenusa.

Construir la función seno de un ángulo o relación cop./cady.

BIBLIOGRAFIA

MEN, Tecnologías Computacionales en el Currículo de matemáticas. Serie Memorias.

BARNETT, Raymond A y otros. *Matemáticas 8o.* Editorial Mc Graw Hill.

NEIRA U. Clara Marina y otros. *Matemática en Construcción 7º*. Editorial Oxford University Press.

BALDOR Aurelio. *Geometría*. Editorial Bedout.