

---

## CONQUISTANDO EL CONCEPTO DE VOLUMEN

(1) Ana Inés Cánepa – (2) M. Teresa Dineiro – (3) M. Cristina Fayó

(1) [anikaines@gmail.com](mailto:anikaines@gmail.com) – (2) [matedineiro@sinectis.com.ar](mailto:matedineiro@sinectis.com.ar) –

(3) [mcfayo@hotmail.com](mailto:mcfayo@hotmail.com)

Grupo de Investigación Matemática XVIII Cabri ®. ARGENTINA

---

### RESUMEN

*Numerosos testimonios de las civilizaciones antiguas nos permiten observar cómo a través de la historia evolucionó el concepto de la magnitud volumen y los intentos hasta llegar encontrar un sistema de medición de la misma. Podemos mencionar los silos excavados en el poblado neolítico de Fayum, depósitos de granos como ejemplos de receptáculos donde seguramente debía haber una estimación de la cantidad que podían guardar; los diseños en cerámica de la alfarería desde el Neolítico Antiguo y Medio son elementos que nos permiten estudiar medidas observando el doble aspecto de capacidad y volumen. Uno de los temas más complejos del proceso aprendizaje-enseñanza es la adquisición del concepto de volumen. Mientras la adquisición del concepto de área puede lograrse a través de los sentidos, la del volumen necesita elaborar representaciones mentales del objeto. Los recursos utilizados por los maestros para los cuerpos espaciales van desde papel, bloques, barras, etc. hasta los recursos informáticos. El software geométrico Cabri3d. se destaca entre ellos. El programa **Cabri3D** nos permite construir, visualizar, y manipular en tres dimensiones toda clase de objetos: rectas, planos, conos, esferas, poliedros y la posibilidad de observar el objeto espacial desde distintos puntos de vista. El taller ofrecerá a los profesores actividades de distintos niveles para contribuir al proceso enseñanza-aprendizaje (percepción espacial, visualización, medición, estimación y cálculo de volúmenes) con el recurso del software geométrico Cabri*

### INTRODUCCIÓN

“Como sucede con la utilización de los textos escritos, hay varios niveles de comprensión en la percepción espacial. Algunos son necesarios y básicos para la vida diaria, otros son requeridos por diferentes niveles de especialización profesional. Así, un mínimo grado de percepción espacial es requerido para familiarizarse con nuestro espacio vital. Un alto grado de percepción espacial es requerido en cristalografía, cirugía, aviación, mecánica, escultura, coreografía y arquitectura. Por lo tanto, una buena formación en percepción espacial puede mejorar nuestra adaptación a nuestro

mundo tridimensional, capacitándonos para comprender las distintas formas y expresiones espaciales de nuestra cultura”

### Invitación a la Didáctica de la Geometría

Claudi Alsina; Carmen Burgués y Josep Fortuny

En la enseñanza tradicional es común posponer el tema volumen a niveles avanzados (ciclo superior) y en el ciclo anterior estudiar medidas de capacidad sin respetar las etapas previas y prácticamente abordar los sistemas de medida inmediatamente.

Recordemos que en los primeros grados se abordan las magnitudes lineales: longitud, peso y capacidad.; luego en los ciclos siguientes se propone: tiempo, área y volumen.

Es interesante programar una graduación de la magnitud volumen realizándose experiencias diferentes que permitan identificar las cualidades que la caracterizan para que después surja la necesidad de la unidad y medida. No deben trabajarse las fórmulas hasta que los alumnos puedan aplicarlas con suficiente comprensión.

Uno de los factores que producen errores en la comprensión es “la representación de las situaciones mediante el dibujo”, por eso deben utilizarse otras experiencias para garantizar una buena representación mental de los cuerpos que ocupan un espacio.

Contar con un programa que favorezca la representación tridimensional es, encontrar un recurso didáctico que enriquezca la comprensión, que permita disipar dudas y propiciar la investigación en la cuestión que nos preocupa.

Somos concientes de la dificultad que requiere el tema y de la cantidad de materiales utilizados por los docentes para contribuir a la construcción del espacio: sólidos de cartón, plástico o madera; colección de barras articuladas; piezas de cartulina estructuras de alambre; cañas de refresco; poliedros.

El programa **Cabri3D** es un recurso tecnológico que puede contribuir a partir de un segundo ciclo a estas representaciones mentales, complementando actividades sensorio-motrices, y contribuyendo a la construcción del espacio.

El propósito del taller es la presentación de una serie graduada de actividades sobre la formación del concepto de volumen, para implementar en la práctica docente utilizando un recurso tecnológico.

El software **Cabri3D** puede contribuir a la interacción entre percepción y geometría y podemos agregarlo como recurso didáctico para favorecer el proceso enseñanza-aprendizaje.

Las posibilidades del programa como recurso didáctico abarcan distintos tipos de contenidos propuestos por los diferentes Diseños Curriculares, por eso la graduación de actividades puede centrarse en la evolución de un tema y también a través de los distintos períodos de enseñanza.

“La propuesta didáctica implica un orden sucesivo de etapas donde cada una retoma los conceptos abordados en la anterior” .....

.....“Una secuencia puede combinar diferentes actividades en función de los objetivos a los que apunta el docente”

En las construcciones algunas variables didácticas pueden ser el tipo de hoja o los recursos que se habilitan”

.....” autorizar o inhabilitar el uso de tal o cual instrumento es una de las variables que puede manejar el maestro para poner condiciones a los problemas que en su solución involucren diferentes relaciones entre los elementos de las figuras”.

Doc.Nº 5 Gob. De la Ciudad de Bs As

Prf. Sadosky, Lic. Parra, Prof Itzcovich y Lic. Broiymán

Si bien en los primeros grados se pueden preparar experiencias de llenado, empaquetado, táctiles, con distintos materiales, en un ciclo posterior puede comenzar el

ofrecimiento de tareas donde aparezcan representaciones tridimensionales utilizando la computadora.

Podemos completar la enseñanza-aprendizaje del tema, utilizando las herramientas que nos ofrece **Cabri3D** (mediante representaciones tridimensionales) donde podremos manipular las construcciones y modificarlas, así como explorarlas y crearlas.

El desplazamiento abre un inmenso abanico de posibilidades perceptivas y requiere el uso de conocimientos geométricos previos para representar las construcciones.

Un cuerpo puede ser construido en la hoja de trabajo aplicando algunas propiedades y verificar visualmente otras mediante el desplazamiento.

En el taller se expondrán actividades para favorecer algunas de las componentes que determinan la construcción del espacio. Somos concientes de los numerosos factores e interacciones que contribuyen a ello.

Existen componentes en las podemos favorecen el desarrollo de una conciencia espacial: manipulación mental o imaginación espacial y otras que representan el espacio como las relaciones proyectivas, afines, sistemas de referencia.

### ETAPAS DE APRENDIZAJE DEL VOLUMEN

En los primeros años de escolaridad volumen y capacidad aparecen como sinónimos, cuando se debe entender que volumen es el espacio ocupado y capacidad es el espacio con posibilidad de ser llenado. La dualidad continente y contenido son situaciones distintas de una misma cualidad de los cuerpos.

Tratamos, por ser este un taller muy limitado en tiempo, de alternar actividades de percepción espacial, visualización espacial, comparación de volúmenes, para llegar a iniciarnos en la necesidad de medida, elección de la unidad y dedicar la última parte del taller a la obtención de algunas fórmulas.

Los alumnos tendrán que ir incorporando a lo largo del período escolar el manejo de las distintas herramientas y desarrollando habilidades que le permitan crear innumerables situaciones.

- Las actividades propuestas para el primer día de taller son:

De visualización, representación, descomposición de sólidos. Quedarán planteados temas para ser construídos por los asistentes, para reforzar el aprendizaje del primer ciclo, como representar cuerpos de distintas formas con igual volumen, estimar entre dos recipientes cuál tiene más volumen y comprobarlo con la medida, dada una serie de recipientes calcular su volumen con una unidad objetal elegida y ordenarlos.

En la segunda parte del taller se les propondrá el problema clásico de la duplicación del cubo construído con **Cabri3D**

- Las actividades propuestas para el segundo día del taller son:

Experimentar con las herramientas de Cabri3D las relaciones entre el volumen del prisma y la pirámide

Relación entre cilindro-cono

Relación entre el volumen de la semi esfera, cilindro y cono de igual radio y de altura igual a dicho radio

### ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Es útil presentar la evolución de las medidas de volumen a través de la historia. Así el alumno podrá observar como las distintas civilizaciones necesitaron unidades no convencionales, irregulares, que en gran parte dependieron de sus actividades, y de su economía. En la mayoría de ellas podremos observar la dualidad capacidad-volumen

Muchos matemáticos han aportado sus estudios y experiencias enriqueciendo el proceso enseñanza-aprendizaje del concepto de volumen.

Piaget con sus actividades de conservación del volumen interno, o del espacio ocupado, Inhelder; Lovell; Carpenter; Hart; Vergnaud y Freudenthal. Algunas de estas investigaciones han llegado a conclusiones que modifican las anteriores y otras las confirman.

## FORMALIZACIÓN

Intentaremos justificar la obtención de las fórmulas, tan compleja en el caso del volumen:

- mediante simulación de técnicas de llenado que nos permite comparar las capacidades, como en el caso cilindro y el cono
- mediante comprobación de cálculo de volúmenes como en el caso de prisma y pirámide
- mediante la construcción de semiesfera, cilindro y cono de igual radio y que tienen por altura a dicho radio en el caso del volumen de la esfera

## BIBLIOGRAFÍA

**Actualización Curricular Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires Matemática** (1998). *La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo*. Documento de Trabajo N° 5.

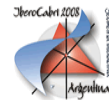
**Alsina, C; Burgués, C.; Fortuny, J.** (1989). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.

**Alsina, C; Burgués, C.; Fortuny, J.** (1990). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.

**Araujo, J; Keilhauer, G; Pietrocola, N; Vavilov, V.** (2000). *Área y Volumen*. Buenos Aires: Red Olímpica.

**Berthelot, R.; Salim, M.** *La enseñanza de la Geometría en la Escuela Primaria*. Universidad de Bordeaux.

**Castro, E.** *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Editorial Síntesis.



**Chamorro, C.; Belmonte, J.** (1990). *El Problema de la Medida*. Madrid: Editorial Síntesis.

**Del Olmo, M.; Moreno Gil, M.** (1993). *Superficie y Volumen ¿Algo más que trabajo con fórmulas?* Madrid: Editorial Síntesis.

**Laborde, C.; Laborde, J.** (2007). *Cabri3D: Construcciones, Problemas, Modelos*. Red Olímpica.

**Parra, C.; Saiz, I. (comp.)** (1994). *Didáctica de la Matemática. Aportes y Reflexiones*. Buenos Aires: Editorial Paidós.

**Pappas, T.** (1994). *El Encanto de la Matemática*. Ediciones Zugarto.

**Puig Adam, P.** (1980). *Curso de Geometría Métrica. Tomo I Fundamentos*. Madrid: Ediciones Gómez Puig.