EL CABRI GEOMETRY COMO AYUDA EN LA COMPRENSIÓN DE CONCEPTOS DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA EN EL CENTRO DE CIENCIAS BÁSICAS DE LA UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

(1) Egidio Esteban Clavijo Gañan – (2) Gabriel Ovidio Clavijo Gañan

(1) Egidio.clavijo@upb.edu.co – (2) goclavijo@yahoo.es

Universidad Pontificia Bolivariana. COLOMBIA

RESUMEN

Durante los últimos años el avance que ha experimentado el mundo a través del desarrollo de la tecnología ha revolucionado en muchos aspectos a la sociedad. En particular, uno de ellos, es la forma de organización de ideas y, en consecuencia, el modo de aprender. En la última década se ha venido incrementando la utilización de la tecnología al interior de las aulas de clase con miras a mejorar la comprensión de conceptos en cada una de las asignaturas correspondientes. Por tanto vemos como en los cursos de física, en métodos numéricos, etc. si utilizan simuladores, se presentan las clases mediante diapositivas, se utilizan todos los recursos tecnológicos posibles con miras a mejorar el desempeño de los estudiantes en cada una de las asignaturas. El uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma como los estudiantes aprenden matemáticas. Cada uno de los ambientes computacionales proporcionan condiciones para que los estudiantes identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas. Mi caso se centra en el aprendizaje de la geometría apoyada con el software Cabri II, en el curso de geometría de la Facultad de Ingenierías de la Universidad Pontificia Bolivariana. En este curso planeamos las clases de tal forma que el estudiante pueda interactuar con el software realizando diferentes conjeturas a partir de cada uno de los contenidos de que consta el currículo. La idea final es presentar la asignatura mediante un libro digital donde el estudiante pueda interactuar con los ejemplos presentados y realizar los ejercicios, verificando las demostraciones realizadas para la validez de su cumplimiento

Durante los últimos años el avance que ha experimentado el mundo a través del desarrollo de la tecnología ha revolucionado en muchos aspectos a la sociedad, uno de ellos, es la forma de organización de ideas y, en consecuencia, el modo de aprender.

El desarrollo de software de geometría dinámica se ha constituido en una forma diferente de construir el pensamiento geométrico desde los primeros años de la escuela hasta los cursos universitarios de geometría.

El uso de la tecnología al interior de las aulas de clase ha generado cambios sustanciales en la forma como nuestros estudiantes aprenden matemáticas, cada uno de los ambientes computacionales facilita las condiciones para que los estudiantes identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas

Podemos decir que uno de los principales problemas que tienen los estudiantes en su bajo desempeño se puede explicar con la teoría de Van Hiele. La visualización es un prerrequisito indispensable para alcanzar buenos niveles en geometría, el estudio de ésta debe ser gradual y sistemático sin apresurarnos a formalizar conceptos desde la temprana edad.

A raíz de esta problemática y de las investigaciones sobre la didáctica, en la década de los años noventa ha aumentado en el ámbito mundial las reformas curriculares y en todas ellas se evidencia un renovado interés por la Geometría, su enseñanza y el rol que le cabe en la enseñanza de las Matemáticas.

En los cursos superiores, de la universidad, la Geometría es generalmente enseñada con un enfoque axiomático y en forma excesivamente formal en cuanto a los requerimientos solicitados a los estudiantes y los objetivos propuestos. Estos programas tienden a lograr que los estudiantes realicen demostraciones formales y que adquieran un pensamiento deductivo, dejando de lado actividades de diseño, exploración, modelización, conjeturación, definición, argumentación y demostración, acciones importantísimas para la inducción de descubrimientos.

Se puede decir sin temor a equivocarnos que muchos profesores en el pasado y algunos en el presente evitaban o evitan la exploración en forma de relaciones geométricas por construcción y medición con lápiz y papel debido a que se invierte mucho tiempo y estas construcciones no son del todo exactas y con todo esto puede uno encontrarse con profesores extremadamente formalistas que descalifican cualquier forma de trabajo experimental de la matemática.

Félix Klein (1872) descubre en el concepto de grupo una idea unificadora, y lo desarrolla en Geometría, la geometría euclidiana consiste en el estudio de las figuras del plano, incluidas las áreas y longitudes, que permanecen invariantes bajo el grupo de las transformaciones que se genera por las traslaciones y rotaciones en el plano, llamadas *transformaciones rígidas o movimientos*.

También Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele exponen en sus tesis doctorales, un modelo que explica al mismo tiempo cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo es posible ayudar a los estudiantes a mejorar la calidad de su razonamiento.

Van Hiele estratifica el conocimiento en cinco niveles y dentro de cada nivel, una serie de fases que permiten analizar el aprendizaje de la Geometría.

El aprendizaje es comparado a un proceso inductivo. En un nivel *n -1* pueden ser estudiadas ciertas cuestiones limitadas de los objetos geométricos. En el nivel *n* se suponen conocidos los conocimientos del nivel *n -1* y se explicitan las relaciones que estaban implícitas en el nivel anterior, aumentando así el grado de comprensión del conocimiento.

A los niveles se les denomina de la siguiente manera:

Nivel 0: Básico, reconocimiento o visualización. En este nivel los objetos se perciben en su totalidad como un todo, no diferenciando sus características y propiedades. Las descripciones son visuales y tendientes a asemejarlas con elementos familiares.

Ejemplo: identifica paralelogramos en un conjunto de figuras. Identifica ángulos y triángulos en diferentes posiciones en imágenes.

Nivel 1: Análisis. Se perciben propiedades de los objetos geométricos. Pueden describir objetos a través de sus propiedades (ya no solo visualmente). Pero no puede relacionar las propiedades unas con otras.

Ejemplo: un cuadrado tiene lados iguales. Un cuadrado tiene ángulos iguales

Nivel 2: Deducción informal u orden. Describen los objetos y figuras de manera formal. Entienden los significados de las definiciones. Reconocen como algunas propiedades derivan de otras. Establecen relaciones entre propiedades y sus consecuencias.

Los estudiantes son capaces de seguir demostraciones. Aunque no las entienden como un todo, ya que, con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales.

Ejemplo: en un paralelogramo, lados opuestos iguales implican lados opuestos paralelos. Lados opuestos paralelos implican lados opuestos iguales.

Nivel 3: Deducción. En este nivel se realizan deducciones y demostraciones. Se entiende la naturaleza axiomática y se comprende las propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos. Van Hiele llama a este nivel la esencia de la matemática.

Ejemplo: demuestra de forma sintética o analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

Nivel 4: Rigor. Se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar.

Se aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido.

En el modelo Van Hiele, se afirma que el aprendizaje de la de la Geometría se hace pasando siempre por cada uno de los niveles de pensamiento y conocimiento los cuales no van asociados a la edad y que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente. Además es válido que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, “pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la Geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente”.

Van Hiele concreta que “alcanzar un nivel superior de pensamiento significa, que con un nuevo orden de pensamiento, una persona es capaz, respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos”.

Por todo esto, la característica más significativa de la geometría dinámica es su potencial para estimular la experimentación y este tipo de " investigación " orientada a los estudiantes, que los introduce tempranamente en el arte de proponer problemas y se les dan suficientes oportunidades para explorar, conjeturar, refutar, reformular y explicar. El software de geometría dinámica estimula en gran medida esta clase de pensamiento ya que no solamente constituye un medio poderoso para verificar conjeturas verdaderas, sino también es en extremo útil para construir contraejemplos de conjeturas falsas.

De alguna manera, el desarrollo de la geometría dinámica ha necesitado de cambios radicales en la enseñanza de la demostración, tradicionalmente, el enfoque fundamental de la geometría era tratar de crear dudas en la mente de los estudiantes a acerca de la validez de sus observaciones empíricas, y luego tratar de motivar la necesidad de una demostración deductiva. En la experiencia, esas estrategias de tratar de generar duda para crear la necesidad de una demostración simplemente no funcionan cuando las conjeturas geométricas se investigan a fondo a través de su variación continua con un software dinámico como Cabri Geometry.

Cuando los estudiantes son capaces de producir numerosas configuraciones correspondientes de manera fácil y rápida, entonces simplemente no tienen necesidad de una verificación o comprobación. Aunque los estudiantes puedan mostrar que no necesitan convencerse en esas situaciones, es relativamente fácil provocar una mayor curiosidad preguntándoles por qué piensan que un resultado particular es verdadero; desafiándolos a tratarlo y explicarlo. Los estudiantes admiten rápidamente que la verificación inductiva sólo confirma; no da un sentido satisfactorio de demostración o comprensión de cómo eso es una consecuencia de otros resultados familiares. Así que los estudiantes aceptan ver la argumentación deductiva como un intento de explicación, más que de verificación.

CABRI GEOMETRY Es un programa de geometría de dinámica diseñado con la intención específica de poner a disposición de los estudiantes un ambiente del tipo micro mundo para la exploración experimental de la geometría plana. En el pasado uno tenía que dibujar las configuraciones geométricas en una hoja de papel, obteniendo así una representación más o menos exacta pero fija, y por lo tanto limitando en extremo la exploración. En estos programas las figuras geométricas pueden construirse por medio de acciones y en un lenguaje que son muy próximos a los que se usan en el universo familiar de " papel y lápiz”. En contraste con ésta construcción, la geometría dinámica es precisa y es muy fácil y rápido realizar construcciones complejas para luego modificarlas.

Una vez creadas, estas figuras pueden re - dibujarse "arrastrando" sus elementos básicos directamente en la pantalla y moviéndolos, mientras se mantienen las propiedades que se les han dado explícitamente. De esta manera se puede cambiar "continuamente" un triángulo, y darse cuenta que sus alturas siempre se cortan en un solo punto durante la transformación. Por lo tanto el software permite repetir fácilmente experimentos en muchas posiciones diferentes y así verificar cuáles propiedades geométricas permanecen invariantes. De hecho, cabri tiene una herramienta que puede verificar si algunas propiedades (paralelismo, concurrencia, colinealidad, perpendicularidad, etc.) son verdaderas en general, y si no lo son, puede construir contraejemplos.

Probablemente la característica más apreciada de la geometría dinámica es su potencial para estimular (re-introducir) la experimentación y esa clase de "investigación" orientada a los alumnos. En un enfoque de tipo de investigación, se introduce tempranamente a los estudiantes en el arte de proponer problemas y se les dan suficientes oportunidades para explorar, conjeturar, refutar, reformular y explicar. El software de geometría dinámica estimula en gran medida esta clase de pensamiento ya que no solamente constituye un medio poderoso para verificar conjeturas verdaderas, sino también es en extremo útil para construir contraejemplos de conjeturas falsas.

Entonces los maestros de hoy debemos concientizarnos de que las figuras construidas con papel y lápiz son estáticas y toda vez que se quiera observar como éstas pueden cambiar, hay que redibujarlas

PROYECTO

Este trabajo está planteado para los cursos de geometría del Centro de Ciencia Básica adscritos a la escuela de ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana, con miras a mejorar el rendimiento en el área mencionada.

Para llevarla a cabo la propuesta, que consiste en analizar los progresos del pensamiento geométrico de los estudiantes del Centro de Ciencia Básica, y tomando como partida los temas concernientes a dicha asignatura, recorriendo desde los conceptos básicos hasta retomar las áreas longitudes y volúmenes de figuras plana, garantizando que estos estudiantes dispondrán de un mínimo conjunto de conceptos, propiedades, algoritmos y métodos de resolución de problemas que son comunes a un gran número de temas de matemática que se estudian a lo largo de todos los cursos, tales como construcción de representaciones planas en trigonometría, geometría analítica, álgebra, y cálculo, entre otras.

La interacción entre percepción y geometría se da cuando se utilizan las funciones de los programas para verificar las observaciones.

Dentro de esta propuesta cabe destacar que el Soft Cabri presenta características importantes que son de gran utilidad para la docencia de temas desde una perspectiva del dibujo y geometría descriptiva como son la modificación de configuraciones, la modificación por arrastre y la modificación por redefinición.

Las figuras pueden ser modificadas atendiendo a su posición, orientación, tamaño y forma preservando o cambiando su estructura aunque se tiene que las siguientes relaciones son generalmente invariantes durante transformaciones en modo arrastre: paralelismo, ortogonalidad, proporcionalidad, simetría central, simetría axial.

La redefinición de objetos posibilita que la estructura de una figura cambie con el consecuente ahorro en las construcciones.

Se debe tener presente que las que la modificación se hace en "tiempo real" lo cual implica que podemos estar desarrollando la clase con una explicación a los estudiantes y modificar el parámetro deseado para que se reconfigure instantáneamente todo el ejercicio.

Este trabajo genera un impacto metodológico en la enseñanza y aprendizaje de la geometría; la utilización de sistemas con gráficos dinámicos nos llevan a nuevos métodos en el aprendizaje de geometría plana, especialmente en: Resolución de problemas geométricos, adquisición inductiva de teoremas geométricos y formación de conceptos, aplicación e investigación de transformaciones, investigación de relaciones funcionales de figuras geométricas, simulación de movimiento.

Un aspecto a tener en cuenta a la hora de aplicar este tipo de metodología es la capacidad que tiene de ser aplicado en tutorías virtuales.

Existe la posibilidad de que cada estudiante desde su puesto de trabajo, casa, biblioteca, etc, utilizando Internet pueda acceder a una base de datos con ejercicios tipo, de manera que pueda ser capaz de repasar la construcción del ejercicio acomodando el ritmo de repaso a su propio ritmo de aprendizaje y ser capaz de interactuar con las figuras posibilitando generar diversos tipos de ejercicio a partir de uno tipo.

El programa Cabri posibilita crear applets en Java a partir de la figura en Cabri previamente realizada, una vez hecho ésto se puede colgar en la web para ser utilizado por los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

Botero de Meza, J. (1998). *La Geometría con Cabri: un programa de capacitación para maestros*. Bogotá: Facultad de Ciencias Universidad de los Andes.

Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En Llinares, S.; Laborde, C.

Gutiérrez, A.; Jaime, A. (1991). El Modelo de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros. En Educación Matemática 3.2, pp. 49-65.

Gutiérrez, A.; Jaime, A. (1995). Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática.

http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprengeom/archivos2/Barroso03b.pdf

http://www.cimm.ucr.ac.cr/edefaria/talleres/Taller_Geometria_Cabri.pdf